

Fiche no. 3 Continuité

Exercice 1. Les fonctions suivantes sont-elles continues sur \mathbf{R} ?

1. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+2} \sin(2x)}{e^x}$
2. $g(x) = x \sin(\frac{1}{x})$ si $x \neq 0$, $g(0) = 0$.
3. $h(x) = xE(x)$ ($E(x)$ = partie entière de x)

Exercice 2. Déterminer les valeurs des paramètres a et b pour que la fonction f définie par

$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{si } x < -2 \\ ax + b & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ \ln(x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

soit continue.

Exercice 3. Déterminer les valeurs des paramètres a , b et c pour que la fonction g définie par

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

soit continue et vérifie $g(0) = 0$.

Exercice 4. Les fonctions suivantes sont-elles prolongeables par continuité sur \mathbf{R} ?

1. $f(x) = \frac{x^3+8}{x+2}$
2. $g(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2}$.

(*) Exercice 5.

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = xE(\frac{1}{x})$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 1$.
Montrer que f est continue en 0 et n'est pas continue en 1.
2. Etudier la continuité de $g(x) = x + \sqrt{x - E(x)}$
3. Etudier la continuité de $h(x) = E(x) + \sqrt{x - E(x)}$.