

Fiche no. 2 Séries

Exercice 1. Calculer la somme des séries suivantes.

$$\begin{array}{lll}
 1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{4^n} & 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-3}{4}\right)^n & 3) \sum_{n=3}^{\infty} e^{-n} \\
 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right) & 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}
 \end{array}$$

Exercice 2. Etudier la nature des séries suivantes.

$$\begin{array}{lll}
 1) \sum_{n=0}^{\infty} n + \frac{1}{n} & 2) \sum_{n=0}^{\infty} 1 + (-1)^n & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} \\
 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{4/3}} & 5) \sum_{n=0}^{\infty} n \sin(n) & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \arctan\left(\frac{1}{n}\right)
 \end{array}$$

Exercices de révision.

Exercice 3. Calculer la somme des séries suivantes.

$$\begin{array}{l}
 1) \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n(n-1)} - \frac{1}{2^{n+1}}\right) \\
 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}
 \end{array}$$

Réponses. 1) 3/4 2) 1/4

Exercice 4. Etudier la nature de

$$\begin{array}{l}
 1) \sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}) \\
 2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{3^n} \\
 3) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{n!}
 \end{array}$$

Réponses. 1) divergent 2) divergent 3) convergent

Exercice 5. Quelle est la nature des séries suivantes ?

$$\begin{array}{l}
 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+a^n}{n^2} \quad (a > 0) \\
 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+a^n}{n} \quad (a > 0)
 \end{array}$$

Réponses. 1) conv. si $a \leq 1$, div. si $a > 1$ 2) divergent pour tout $a > 0$.