

Licence V.T.E.S L2 3ème semestre Mathématiques M3

Fiche no. 1 Suites

Exercice 1. Les suites suivantes sont-elles majorées, minorées, bornées ?

1. $u_n = \frac{2}{n+1}$, $v_n = \frac{\cos(n)}{n+1}$, $w_n = n^2 + 3n + 1$
2. $x_n = \frac{2^n}{3^n}$, $y_n = (-1)^n n^2$, $z_n = n \ln\left(\frac{1}{n+1}\right)$.

Exercice 2. Les suites suivantes sont-elles croissantes, décroissantes ?

1. $u_n = e^{-\frac{1}{n}}$
2. $v_n = \frac{3n+2}{n+1}$
3. $w_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$

Exercice 3. Etudier la limite pour $n \rightarrow \infty$ des suites suivantes.

1. $u_n = \frac{n^2+3n+1}{3n^2+n+2}$, $v_n = \frac{n+2}{\sqrt{2n^2+n+4}}$, $w_n = \sqrt{n+3} - \sqrt{n}$
2. $x_n = \frac{n \sin(n)}{n^2+1}$, $y_n = \frac{\sqrt{2^n}}{n^5}$, $z_n = \frac{n^3+2^n}{3^n}$
3. $r_n = \frac{n^2+(-1)^n}{n^2+\sqrt{n}}$, $s_n = \frac{n}{2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$, $t_n = \frac{\sin(n^2) - \cos(n^3)}{n}$.

(* Exercice 4. On définit une suite (u_n) par $u_0 = 0$, $u_1 = \frac{3}{10}$ et

$$u_n = \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \dots + \frac{3}{10^n}, \quad n \geq 2.$$

Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n + \frac{1}{10^n}$.

1. Montrer que (u_n) et (v_n) sont des suites adjacentes.
2. Déterminer leur limite.

Réponse: $\frac{1}{3}$

(* Exercice 5. Calculer la limite pour $n \rightarrow \infty$ de la suite

$$u_n = \frac{10^n}{n!}.$$

(Indication: calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$, puis comparer avec une suite géométrique à partir d'un certain rang.)

Réponse: 0